

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales **consta de cuatro preguntas** que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

1. a) (2 puntos) Discuta el siguiente sistema de ecuaciones para los distintos valores de a :

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 6 \\ -2x - y + az = -1 \\ x - y + z = 2 \end{array} \right\}$$

b) (1 punto) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 1$.

2. (2 puntos) Represente la región del plano determinada por el siguiente conjunto de restricciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq x^2 - 4x \\ y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{array} \right.$$

3. En una escuela de música hay estudiantes mayores de edad y menores de edad. Se sabe que el 70% de los estudiantes son mayores de edad. Además, el 80% de los estudiantes menores de edad y el 40% de los mayores de edad toca un instrumento de cuerda.

a) (1,5 puntos) Seleccionado un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que toque un instrumento de cuerda?

b) (1,5 puntos) Si un estudiante seleccionado al azar toca un instrumento de cuerda, ¿Cuál es la probabilidad de que fuera menor de edad?

4. (2 puntos) El gasto mensual en actividades culturales de los habitantes de un municipio sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 20 €. Se toma una muestra aleatoria de 81 habitantes del municipio, resultando ser su gasto medio de 675,5 €. Obtenga el intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 90%, para estimar el gasto mensual medio en actividades culturales de los habitantes del municipio.

OPCIÓN B

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & a \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) (1,5 puntos) Determine su rango en función de a .
- b) (1,5 puntos) Obtenga la matriz inversa para $a = 1$.

2. (2 puntos) Determine para qué valores de a la siguiente función es continua:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 3x} & x \neq -3 \\ a & x = -3 \end{cases}$$

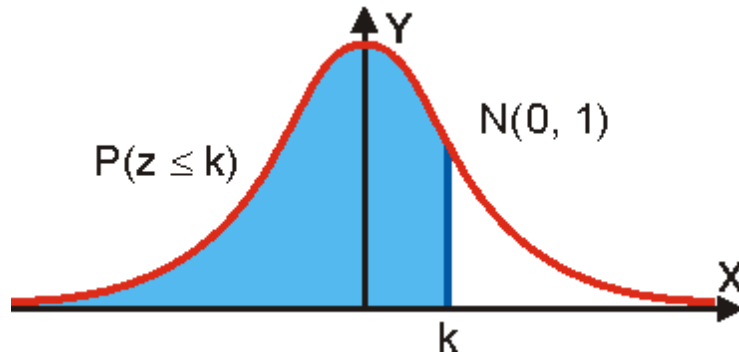
3. Dada la función $f(x) = (2x - 1)^3$:

- a) (1 punto) Determine sus máximos y mínimos.
- b) (1 punto) Obtenga sus puntos de inflexión.

4. El tiempo que entrenan diariamente los jóvenes deportistas que compiten en el Campeonato de España Juvenil en pista cubierta, sigue una distribución normal de media 2 horas y desviación típica 0,25 horas.

- a) (1,5 puntos) Calcule la probabilidad de que el tiempo que entrena al día un joven deportista que compite en el Campeonato de España Juvenil en pista cubierta, esté comprendido entre 1,8 horas y 2,3 horas.
- b) (1,5 puntos) Calcule la probabilidad de que el tiempo medio que entrenan al día una muestra aleatoria de 16 jóvenes deportistas que compiten en el Campeonato de España Juvenil en pista cubierta, sea menor de 2,15 horas.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MODELO A

Problema 1

Solución:

Sistema compatible determinado para $a \neq 3,5$. Incompatible si $a = 3,5$

Si $a = 1$, $(x, y, z) = (1, 1, 2)$

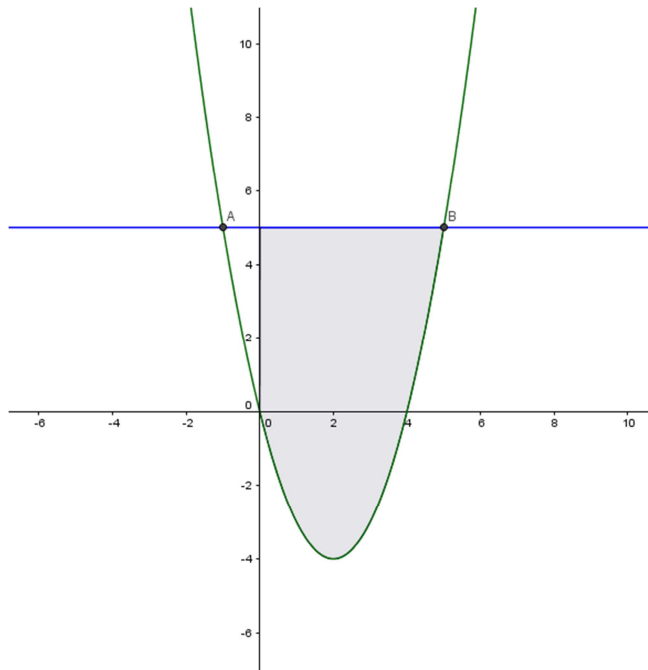
Criterios corrección. Obtención del determinante: 1 punto

Discusión del sistema: 1 punto

Obtención de la solución: 1 punto

Problema 2

Solución:



Criterios corrección. Gráficos de las curvas: 1 punto

Localización de la región: 1 punto

Problema 3

Solución: a) 0,52; b) 0,4615

Criterios corrección. Probabilidad total: 1,5 puntos

Bayes: 1,5 puntos

Problema 4

Solución: (671,84; 679,16)

Criterios corrección. Fórmula correcta: 0,5 pts

Cálculo de $z_{\alpha/2}$: 0,5 pts.

Cálculo correcto: 1 pts

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MODELO B

Problema 1

Solución: $Rg(A) = 3$ si $a \neq 0$, $Rg(A) = 2$ si $a = 0$

$$\text{Si } a = 1, A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Criterios corrección. Obtención del determinante: 1 punto
Discusión del rango en función de a : 1 punto
Obtención de la matriz inversa: 1 punto

Problema 2

Solución:

La función es continua si $a = \frac{5}{3}$

Criterios corrección. Obtención correcta del límite: 1 punto
Estudio de la continuidad: 1 punto

Problema 3

Solución: Máximos y mínimos: No tiene
Punto de inflexión: $x = 0,5$

Criterios corrección. Obtención correcta de las derivadas: 0,5 puntos
Justificación de los máximos y mínimos: 0,5 puntos
Obtención del punto de inflexión y justificación: 1 punto

Problema 4

Solución: a) 0,673; b) 0,9918

Criterios corrección. Obtención correcta de cada apartado: 1,5 punto